



الجامعة الافتراضية السورية

هندسة نظم المعلوماتية

مقرّر البنى الجبرية AS  
الوظيفة الأولى

تُرسَل الحلول كملفّ word بالبريد الإلكتروني قبل 2008/1/24 الساعة 20.00

الوظيفة مشتركة لكافة الصفوف C1-C5

د. سلافة علي (t\_sali@svuonline.org) + د. نضال شمعون (t\_nchamoun@svuonline.org)

(يرسلُ طلاب الصفوف C1, C2, C3 الحلول إلى د. سلافة بينما يرسل طلاب الصفين C4, C5 الحلول إلى د. نضال)

تتمّ كتابة الصيغ الرياضياتية من خلال محرر المعادلات الموجود ضمن بيئة word، أو أي محرر آخر. إذا لم يتمكن الطالب من كتابة الصيغ، فبالإمكان إجراء مسح scan لحساباته وإرسالها كصورة jpg. أو pdf، ولكننا نشجّع الطلاب على التمرن وكتابة الصيغ إلكترونياً.

تمرين 1: لتكن  $\mathcal{R}$  علاقة معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية معرفة كما يلي:  
$$.x + 4y = 16$$

أوجد مجموعة تعريف العلاقة أي المجموعة  
$$D = \{x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x \mathcal{R} y\}$$
  
المجموعة  $range(\mathcal{R}) = \{y \in \mathbb{N} : \exists x \in \mathbb{N} : x \mathcal{R} y\}$

ثم اكتب بيانها، وأوجد العلاقة العكسية لها.

وإذا كانت  $S$  علاقة ثنائية من  $range(\mathcal{R})$  إلى  $\{2,3,7,10\}$  معطاة بالعبارة  
 $y + z = 8$ ، أكتب بيان العلاقة  $S \circ R$ .

تمرين 2: لتكن  $\mathcal{R}$  علاقة معرفة كما يلي :  $(a \mathcal{R} b)$  تعني  $a - b$  يقبل القسمة على العدد 3 على المجموعة  $\mathbb{Z}$ . برهن أن هذه العلاقة هي علاقة تكافؤ على  $\mathbb{Z}$ ، ثم أوجد صفوف التكافؤ  $\mathbb{Z} \setminus \mathcal{R}$ .

تمرين 3: ليكن لدينا التطبيقين :  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  و  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$  حيث

$$f(x) = \frac{2}{x}, \quad g(x) = 1 + 3x$$

أ) برهن أن كلا من التابعين  $f$  و  $g$  تقابل.

ب) احسب مجموعتي تعريف التابعين  $f \circ g$  و  $g \circ f$

ت) من أجل  $x \in \mathbb{R}^*$  احسب  $(f \circ g)^{-1}(x)$  ،  $(g \circ f)(x)$  وتحقق من

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x) \quad \text{أن}$$

تمرين 4: برهن أن :  $(\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cup B}) = \overline{A}$

تمرين 5: برهن بالتدرج صحة العلاقات التالية:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{k=1}^n k \cdot (k+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2) \quad \text{أ.}$$

$$\forall n > 1 : \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+n} > \frac{1}{2} \quad \text{ب.}$$

تمرين 6: ليكن التابع  $f : E \rightarrow F$ .

أ. برهن أن الشرط اللازم والكافي ليكون التطبيق  $f$  متبايناً هو:

$$\forall A \subseteq E : f^{-1}(f(A)) = A$$

ب. برهن أن الشرط اللازم والكافي ليكون التطبيق  $f$  غامراً هو:

$$\forall B \subseteq F : f(f^{-1}(B)) = B$$

تمرين 7: لكن لدينا التابع  $f: R^+ \rightarrow R ; x \mapsto x^2$  . اختر قيمة  $f^{-1}([1,4])$  مما يلي:

1.  $f^{-1}([1,4]) = [1,2]$
2.  $f^{-1}([1,4]) = [-1,-2]$
3.  $f^{-1}([1,4]) = [1,2] \cup [-1,-2]$
4.  $f^{-1}([1,4]) = \Phi$

تمرين 8: لكن لدينا التابع  $f: R \rightarrow R^+ ; x \mapsto x^2$  اختر قيمة  $f([-1,2])$  مما يلي:

1.  $f([-1,2]) = [1,4]$
2.  $f([-1,2]) = ]0,4]$
3.  $f([-1,2]) = [0,4]$
4.  $f([-1,2]) = [0,4[$

مع تمنياتنا بالنجاح،  
كل عام وأنتم بخير